

Shafts:

**Dimensioning according to fatigue limit,
equations**

Akselit:

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus, kaavat

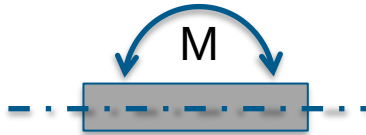
Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

1. Taivutus- ja vääntömomentin määrittäminen	1. Define the bending moment and torque
2. Nimellisten taivutus- ja vääntöjännitysten laskenta σ_{nim} ja τ_{nim}	2. Calculate the nominal stresses σ_{nom} and τ_{nom}
3. Lovenvaikutusluvun K_f laskenta K_{ft} taivutukselle (M) K_{fv} väännölle (T) $K_f = 1 + q(K_t - 1)$ K_t on loven muotoluku q on materiaalin loviherkkyys $q = 0,9$: rakenneteräs S355 ja nuorrutus-teräkset	3. Calculate the fatigue stress concentration factors K_f K_{fb} for bending (M) K_{ft} for torsion / torque (T) $K_f = 1 + q(K_t - 1)$ K_t is stress factor of the notch or shoulder q is notch sensitivity of the material $q = 0.9$: structural steel S355 and tempered steels



Nimelliset jännitykset / nominal stresses



Max normal stress σ in bending load

$$\sigma = M/W$$

M is bending moment

W is section modulus

- round shaft

$$\sigma = 32M/\pi d^3$$

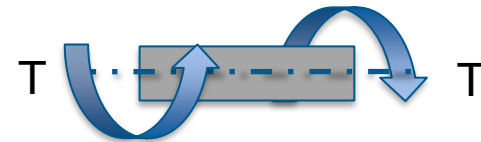
d is shaft diameter

- hollow shaft

$$\sigma = 32MD/\pi(D^4 - d^4)$$

D is outside diameter of the shaft

d is inside diameter of the shaft



Max shear stress τ in torsion

$$\tau = T/W_v$$

T is torque

W_v is section modulus in torsion

- round shaft

$$\tau = 16T/\pi d^3$$

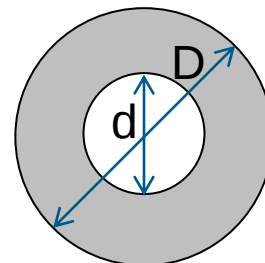
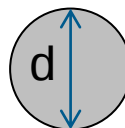
d is diameter of the shaft

- hollow shaft

$$\tau = 16TD/\pi(D^4 - d^4)$$

D is outside diameter of the shaft

d is inside diameter of the shaft



Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

4. Jännityshuippujen laskenta

- taivutus: $\sigma_{\max} = K_{ft} * \sigma_{nim}$
- vääntö: $\tau_{\max} = K_{fv} * \tau_{nim}$

5. Jännitysamplitudien laskenta

- vaihtokuormitus:
- $\sigma_a = \sigma_{\max}$ $\tau_a = \tau_{\max}$
- tykyttävä kuormitus:
- $\sigma_a = \sigma_{\max}/2$ $\tau_a = \tau_{\max}/2$

6. Vertailujännityksen laskenta

$$\sigma_{aver} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

4. Calculate max stresses

- bending: $\sigma_{\max} = K_{fb} \sigma_{nom}$
- torsion: $\tau_{\max} = K_{ft} \tau_{nom}$

5. Calculate the stress amplitudes

- reversed fatigue load:
- $\sigma_a = \sigma_{\max}$ $\tau_a = \tau_{\max}$
- pulsating load:
- $\sigma_a = \sigma_{\max}/2$ $\tau_a = \tau_{\max}/2$

6. Calculate the reference stress

$$\sigma_{aref} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$



Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

$N > 10^7 \dots 10^8$

7. Materiaalin väsymislujuusarvon etsintä

- taivutusvaihtolujuus σ_{tw}
 - $N > 10^7 \dots 10^8 = \infty$ elinikä
 - materiaalitaulukoista (sivu 7)
 - Esim. S355: $\sigma_{tw} = 260 \text{ MPa}$
 - tai likimääräisesti jos materiaalitaulukkoja ei ole käytettävissä
 - $\sigma_{tw} = k * R_m$
 - R_m on vetomurtolujuus
 - $k = 0,49$ rakenneteräksille
 - $k = 0,44$ nuorrutusteräksille
 - $k = 0,41$ hiiletysteräksille
 - $k = 0,37$ valuraudoille

7. Define the fatigue strength of the material

- fatigue strength of the material σ_{tw}
 - $N > 10^7 \dots 10^8 = \infty$ lifetime
 - from material tables (page 7)
 - Example: S355: $\sigma_{tw} = 260 \text{ MPa}$
 - or approximately if material tables are not available
 - $\sigma_{tw} = k * R_m$
 - R_m is ultimate tensile strength
 - $k = 0,49$ for structural steels
 - $k = 0,44$ for tempered steels
 - $k = 0,41$ for case hardened steels
 - $k = 0,37$ for cast irons



Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

$N < 10^7$

7. Materiaalin väsymislujuusarvon etsintä

- Taivutuskestoluku, kun kuormituskertojen määrä

- $N < 10^7$

- σ_{tw} korvataan σ_{tN} -arvolla

7. Define the fatigue strength of the material

- limited fatigue resistance under pulsation, when number of loads

- $N < 10^7$

σ_{tw} will be replaced by σ_{tN}

R_m on vetomurtolujuus

N	σ_{tN}
1000	$0,85 * R_m$
10 000	$0,75 * R_m$
100 000	$0,60 * R_m$

R_m is ultimate tensile strength

R_m values, Table page 7.

Shaft Materials

Akselimateriaalit

Steel type Teräksen tyyppi	Symbol, merkitä	Diameter, Halkaisija (mm)	R _m (MPa)	R _e (MPa)	σ _{tw} (MPa)
Structural steel Rakenne-teräs	S355J2	...70 (70)...200	490 490	380 350	260
Tempered steel Nuorrutus-teräs	25CrMo4	...16 (16)...40	900 800	700 600	430
	25CrMoS4	(40)...100 (100)...160	700 650	450 400	
	42CrMo4	...16 (16)...40	1100 1100	900 750	520
	42CrMoS4	(40)...100 (100)...160 (160)...250	900 800 750	650 550 500	
	34CrNiMo6	...16 (16)...40 (40)...100 (100)...160 (160)...250	1200 1100 1000 900 800	1000 900 800 700 600	540
Case hardening steel Hiiletysteräs	20NiCrMo2-2	...11 (11)...30 (30)...63	980 740 640	640 490 390	580
	20MnCr5	...11 (11)...30 (30)...63	1080 980 780	740 690 540	600
	18CrNiMo7-6	...11 (11)...30 (30)...63	1180 1080 980	830 780 690	650

Lujuusarvot suuntaa-antavia

R_m on min vetomurtolujuus

R_e min myötöraja

σ_{tw} on taivutusvaihtolujuus

The values are only suggestive

R_m is min ultimate tensile strength

R_e is min yield stress

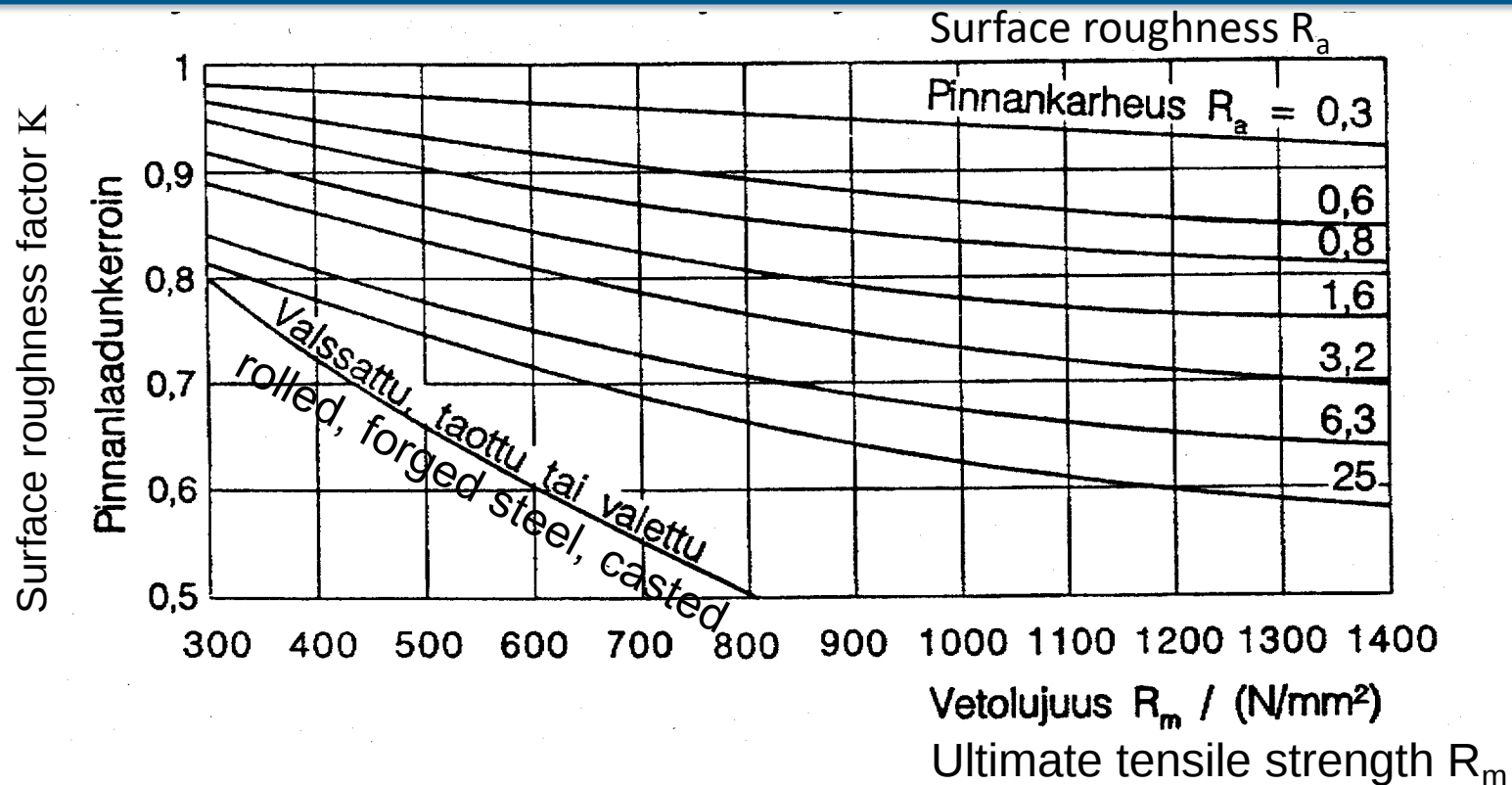
σ_{tw} is fatigue resistance under pulsation

Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

8. Määrittele pinnanlaadun kerroin κ

8. Define the surface factor κ



Dimensioning according to fatigue limit

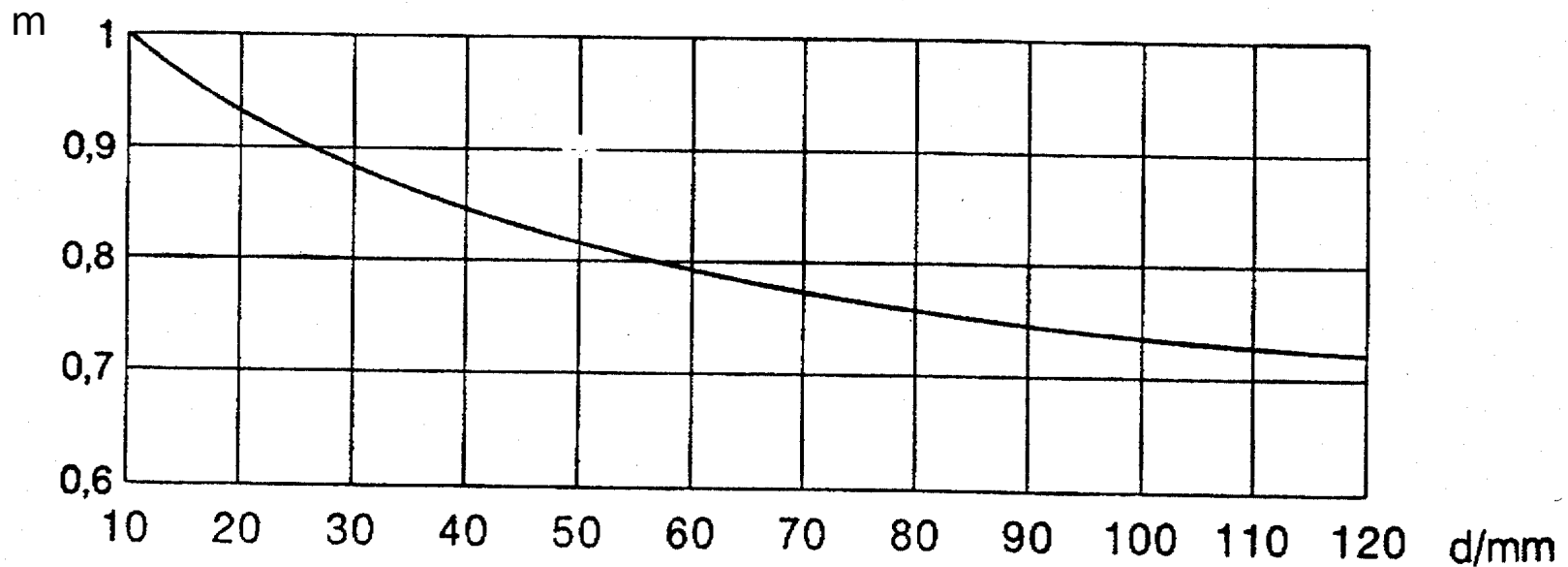
Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

9. Määrittele kokokerroin, m

9. Define the scale factor m

d on akselin suurin halkaisija [mm]

d is max diameter of the shaft [mm]



Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

10. Varmuusluvun laskenta

- sekä taivutus että vääntö

$$n = \frac{m \kappa \sigma_{tw}}{\sigma_{aver}}$$

- pelkkä taivutus

$$n = \frac{m \kappa \sigma_{tw}}{K_{fb} \sigma_{nim}}$$

- varmuuskerroin $n > (1,5...) 2...$

10. Calculate the safety factor

- both bending and torsion

$$n = \frac{m \kappa \sigma_{tw}}{\sigma_{aref}}$$

- only bending

$$n = \frac{m \kappa \sigma_{tw}}{K_{fb} \sigma_{nom}}$$

- safety factor $n > (1.5...) 2...$



Tables / taulukot

jamk.fi

Shaft Materials

Akselimateriaalit

Steel type Teräksen tyyppi	Symbol, merkitä	Diameter, Halkaisija (mm)	R_m (MPa)	R_e (MPa)	σ_{tw} (MPa)
Structural steel Rakenne-teräs	S355J2	...70 (70)...200	490 490	380 350	260
Tempered steel Nuorrutus-teräs	25CrMo4	...16 (16)...40	900 800	700 600	430
	25CrMoS4	(40)...100 (100)...160	700 650	450 400	
	42CrMo4	...16 (16)...40	1100 1100	900 750	520
	42CrMoS4	(40)...100 (100)...160 (160)...250	900 800 750	650 550 500	
	34CrNiMo6	...16 (16)...40 (40)...100 (100)...160 (160)...250	1200 1100 1000 900 800	1000 900 800 700 600	540
Case hardening steel Hiiletysteräs	20NiCrMo2-2	...11 (11)...30 (30)...63	980 740 640	640 490 390	580
	20MnCr5	...11 (11)...30 (30)...63	1080 980 780	740 690 540	600
	18CrNiMo7-6	...11 (11)...30 (30)...63	1180 1080 980	830 780 690	650

Lujuusarvot suuntaa-antavia

R_m on min vetomurtolujuus

R_e min myötöraja

σ_{tw} on taivutusvaihtolujuus

The values are only suggestive

R_m is min ultimate tensile strength

R_e is min yield stress

σ_{tw} is fatigue resistance under pulsation

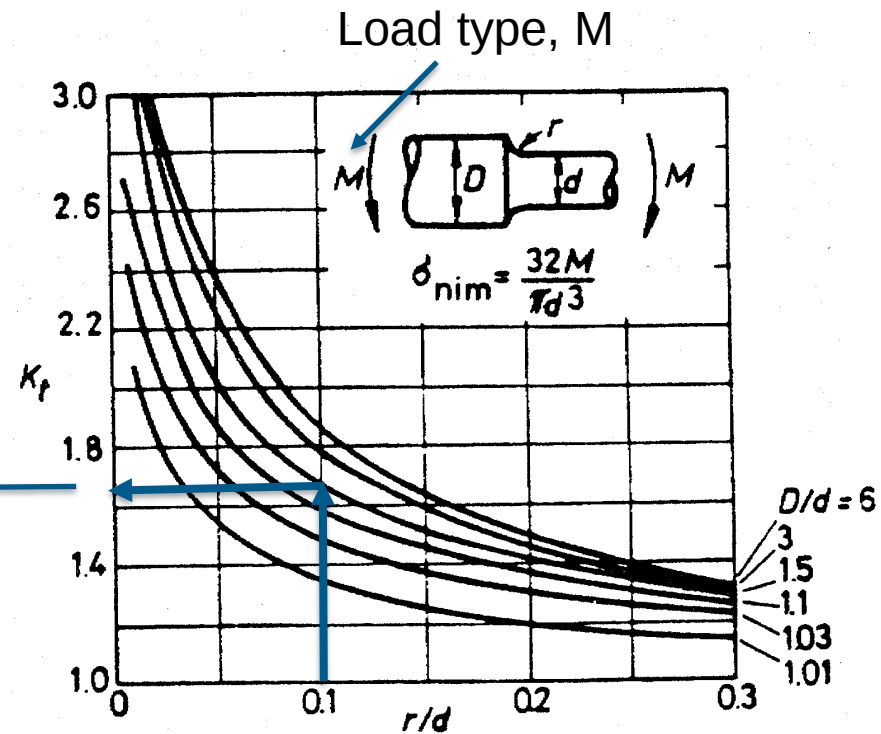
Example how to read stress factor K_t diagrams

$$r/d = 5/50 = 0,1$$

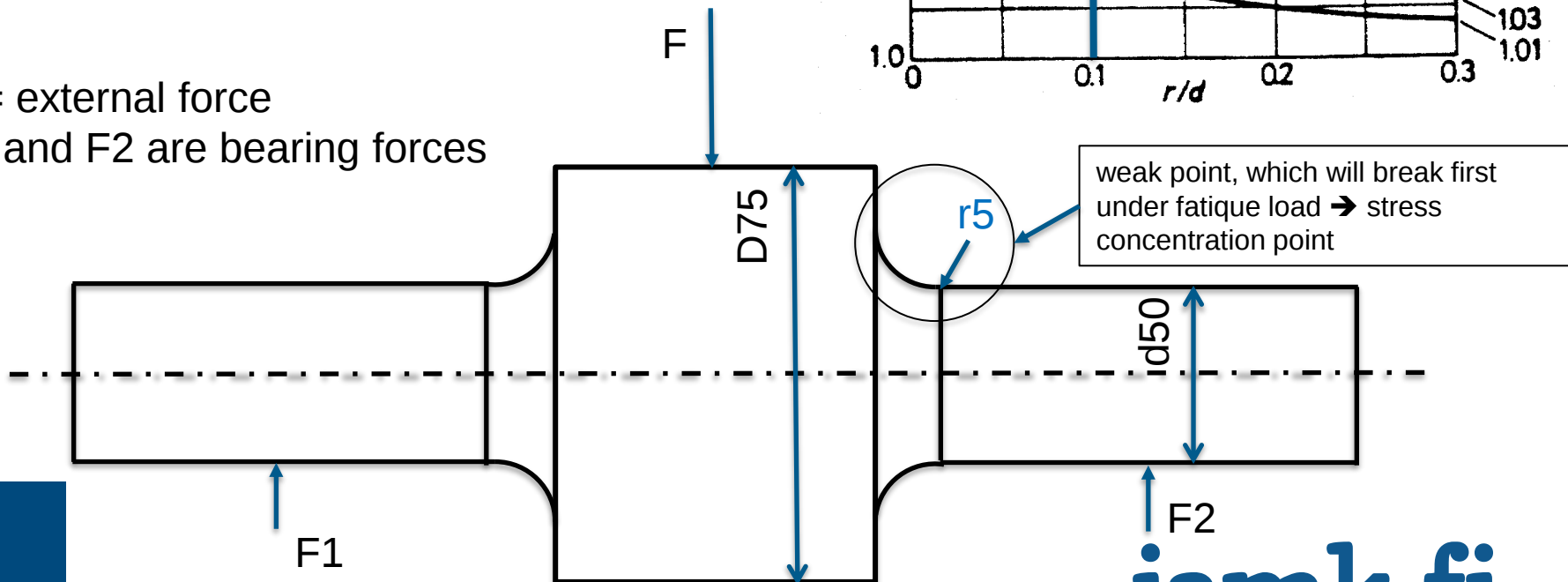
$$D/d = 75/50 = 1,5$$

→

$$K_t = 1,68$$



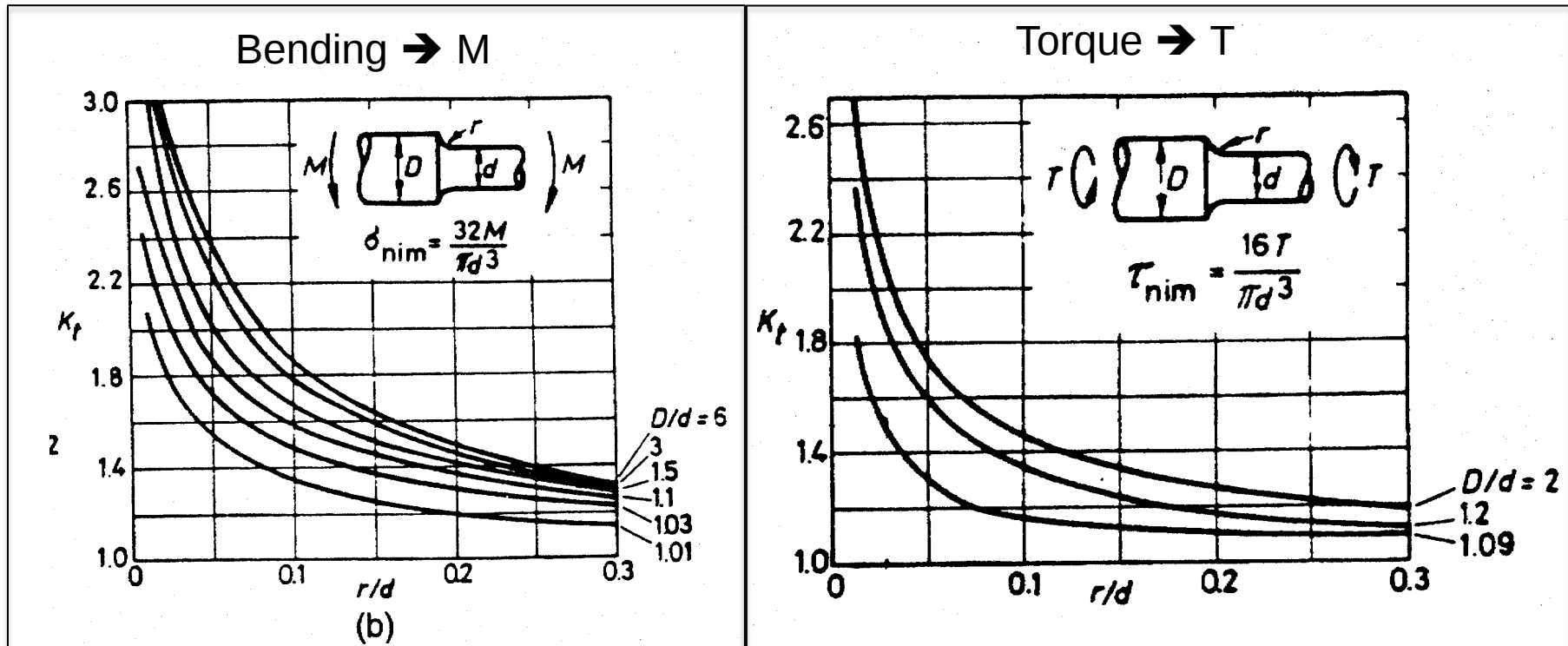
F = external force
F1 and F2 are bearing forces



Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

- K_t stress factors of the shoulder, loven muotolukuja



Bending $\rightarrow$

$$K_{fb} = 1 + q(K_t - 1)$$

Torque $\rightarrow$

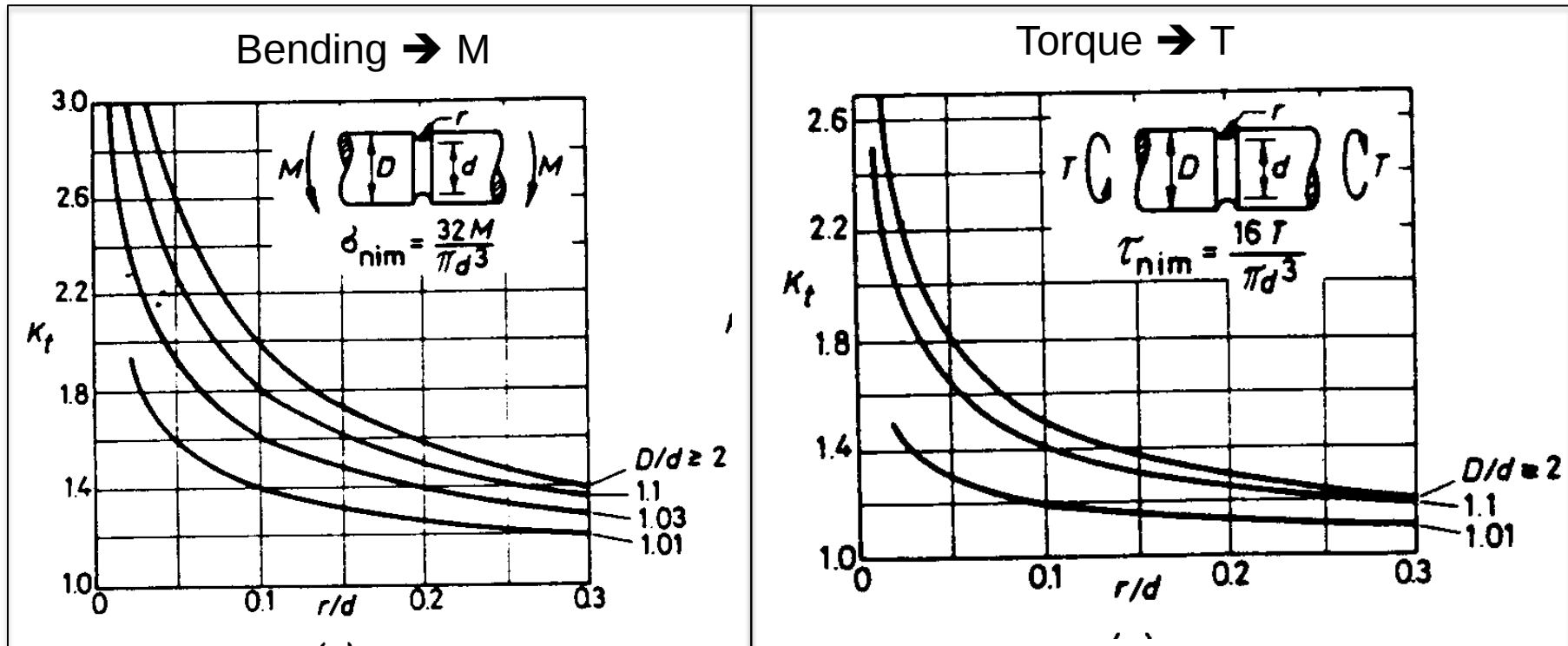
$$K_{ft} = 1 + q(K_t - 1)$$

jamk.fi

Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

- K_t stress factors of the notch, loven muotolukuja



Bending $\rightarrow$

$$K_{fb} = 1 + q(K_t - 1)$$

Torque $\rightarrow$

$$K_{ft} = 1 + q(K_t - 1)$$

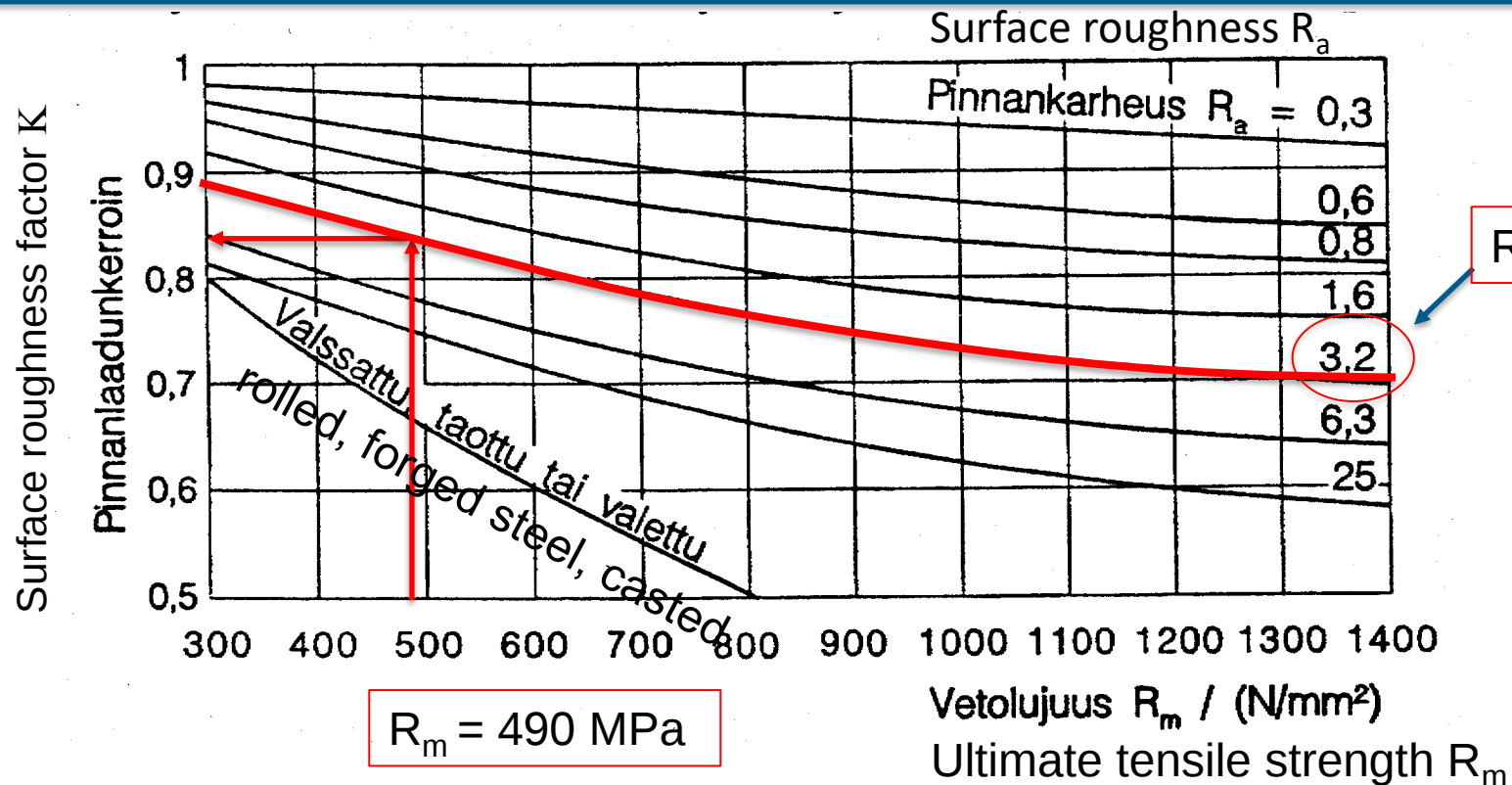
jamk.fi

Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

8. Määrittele pinnanlaadun kerroin κ

8. Define the surface factor κ



Example

S355, $R_m = 490 \text{ MPa}$ and $R_a = 3.2$

→ $K = 0.84$

Dimensioning according to fatigue limit

Jäykän akselin väsymisrajamitoitus

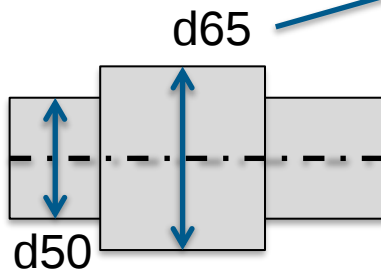
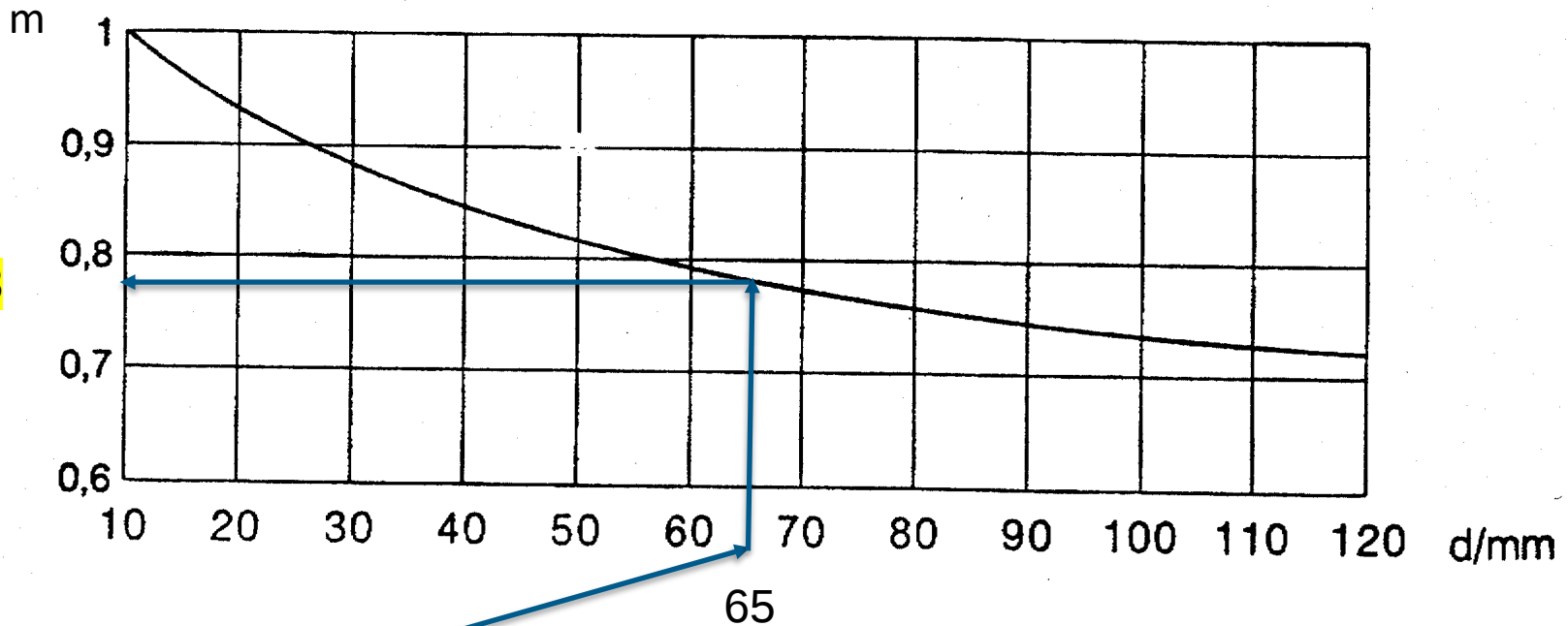
9. Määrittele kokokerroin, m

d on akselin suurin halkaisija [mm]

9. Define the scale factor m

d is max diameter of the shaft [mm]

$m = 0,78$



Example shaft,
esimerkkiakseli



JYVÄSKYLÄN AMMATTIKORKEAKOULU
JAMK UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES